风险中性组合在风险套利中的应用

陈胜荣
(厦门大学 经济学院,福建 厦门 361005)

摘 要:在无效的市场里,通过在同一时间里贱买贵卖的,这种无风险的套利活动往往比较成功。但随着金融市场变得越来越有效,这种无风险的套利活动变得越来越难以存在,或者说这种套利总是存在风险的。随着我国股指期货即将推出,通过金融衍生产品进行风险套利也因此成为可能。文章通过构造风险中性组合对如何降低这种套利活动的风险性进行了研究。

关键词:风险组合;风险套利;Delta- Gamma 中性

中图分类号:F224.9 文献标识码:A 文章编号:1002- 6487(2008)11- 0043- 03

1 风险中性套利组合

1.1 风险中性组合的概念

我们知道,期权的价值由标的资产价格、标的资产价格的波动率、执行价格、到期时间及无风险利率决定,其中任一因素的变动都会影响到期权的价值。但是,我们可以构造基于若干期权或期权与标的资产的组合,使其价值不受其中一些因素变动的影响, 这样的组合我们称之为风险中性组合。常见的有 Delta 中性组合、Delta- Gamma 中性组合及 Delta-Gamma- Vega 中性组合。这里我们仅讨论前两类组合。

1.2 Delta 中性组合的构造

Delta 是衡量标的资产价格变动对期权价格影响程度的一个参数,且组合头寸的 Delta 值具有可加性。即如果我们计

算法及罚函数法等方法,其具体的算法见文献[1- 17]。

4 结束语

基于价格控制问题的排污收费模型是以政府(环保局)为上层决策体和以排污企业为下层决策体的二层决策系统排污收费模型, 从某种程度上避免了在理论界占主导地位的庇古税在实施过程中信息严重不对称的问题。由于该模型是二层规划模型,求解方法比较复杂,本文只列出了近些年来一些比较有代表性的算法,具体求解全局最优解有待进一步研究。

参考文献:

[1]Bialas W. F., Karwan M. H. On Two- Level Optimization [J]. IEEE Trans. A.C., 1982, 27(1).

[2]Bialas W. F., Karwan M. H. On Two- Level Linear Programming [J]. Management Science, 1984, 30(8).

[3]Dempe S.A. Simple Algorithm for the Linear Bilevel Programming [J]. Optimization, 1987, 18(3).

[4]Benson H. P. On the Structure and Properties of a Linear Multi-level Programming Problem [J]. J.O.T.A, 1989, 60(3).

[5]Bard J. F. Convex Two- Level Optimization [J]. Mathematics Programming, 1988, 40(1).

[6]Bard J. F. More J. T. A Branch and Bound Algorithm for the Bilevel Programming Problem [J]. SIAM. J.Sci. Siat. Computer, 1990, 11(2).

[7]Bard J. F. A Investigation of the Linear Three- Level Programming Problem [J]. IEEE Trans. S.M.C., 1984, 14(5).

[8]Anandalingam G. White D. J. A Solution for the Linear Static Stachelberg Problem using Penalty Function [J]. IEEE Trans. A. C, 1990, 5(10).

[9]刘志勇, 滕春贤,陈东彦.关于二层价格控制决策问题的探讨[J].统计与决策, 2007,(20).

[10]林丹, 丑英哲, 李敏强. 求解多目标二层规划的多目标进化算法[J].系统工程学报, 2007, 22(2).

[11]林丹, 王宏, 李敏强. 用多目标进化算法求解二层规划双目标模型[J]. 系统工程理论与实践, 2006, (5).

[12]滕春贤, 李智慧. 二层规划的理论与应用[M]. 北京:科学出版社,2002.

[13]李宏, 王宇平. 解非线性二层规划的一种混合遗传算法[J]. 西安电子科技大学学报(自然科学版), 2002, 29(6).

[14]王志强, 万仲平, 池召艳. 一类随机二层规划问题的近似求解方法收敛性分析[J]. 武汉大学学报(理学版), 2005, 51(S2).

[15]熊鹰, 周树民, 祁辉. 求解二层规划的混合微粒群算法[J]. 计算机技术与发展, 2007, 17(4).

[16]徐裕生, 陈诚, 史向平. 求解二级线性价格控制问题的 2 算法[J]. 南阳师范学院学报, 2007, 6(9).

[17]HeJulin, WanZhongping, WangGuangmin, LüYibing. A Fuzzy Interactive Approach for Solving Bilevel Program[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版, 2006, 30(6).

(责任编辑/亦 民)

算出组合头寸中所有期权的 Delta 值,并将他们相加,我们就可以得出组合头寸的 Delta 值,它表明标的股票价格运动一点时,组合价值的增加或减少额。

对于一个 Delta 值为 0 或近似为 0 的头寸称为 Delta 中性头寸,如果一个头寸是 Delta 中性的,那么在短期内对于标的资产价格较小的变化,组合将不会面临损失的风险或潜在的收益。

例如,已知标的股票的当前价格为 S=98,r=6%,σ=0.3。当前时间为 3 月份。某投资者以 4.65 买入一份 6 月 100 买权,同时以 1.54 的价格卖出两份 6 月 110 买权,以构造空头买权比率价差组合。该组合的敏感性参数如表 1。

表 1

	Delta	Gamma	Vega
6 月 100 买权(c_1)	0.508	0.0326	0.1954
6 月 110 买权(c_2)	0.229	0.0247	0.1485
组合 1(1c_1:- 2c_2)	- 0.050	- 0.0169	- 0.1015
组合 2(1c_1:- 2.22c_2)	- 0.000	- 0.0222	- 0.1343

可以看到,以 1:2 的组合来构造空头买权比率价差(组合 1),一般而言,其 Delta 值并不为零。这表明,标的股票价格的变动将影响组合的价值。如果我们要构造 Delta 中性组合,我们可以按如下方式构造:做多 1 份 6 月 100 买权,同时做空 2.22 份 6 月 110 买权。

这样,新的比率价差组合的 Delta 值为:0.508- 0.229×2.22=0

考察一周后,股价变动对两个组合价值的不同影响,见图1。

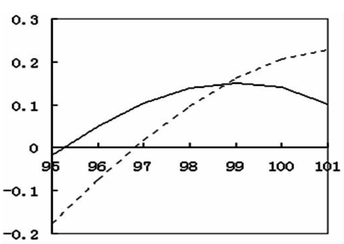

图 1

图 1 中,虚线是在一周后不同的股票价格(微小变化)时 1:2 组合的盈亏情况,实线是 1:2.22 组合的盈亏情况。可以看到,实线的波动幅度较虚线的波动幅度要小得多。这说明通过构造 Delta 中性组合,确实能保证在较短时间内,在股价波动不大情况下,组合价值的稳定性,即面临较小的风险。

然而,如果股价大幅上涨或下跌,或者随着时间的流逝,或者隐含波动率变动,各期权的 Delta 将发生变化。一旦这些 Delta 变化,组合将不再是 Delta 中性。从而它将面临着风险。从表 1 的敏感性参数来看,无论是 1:2,还是 1:2.22 组合,其 Gamma 均不为零,这说明随着时间的推移及标的股票价格的运动,原先的 Delta 中性将不再是中性的了。这时,为了实现波动率套利,我们必须考虑 Delta- Gamma 中性。

1.3 Delta- Gamma 中性组合的构造

仍然考虑以上情形,当前时间为 3 月份,标的股票的价格 S=98,r=6%,σ=0.25,基于标的股票的 6 月 100 买权的价格为 4.65,6 月 110 买权的价格为 1.54。

为了构造 Gamma 中性的空头买权比率价差组合,我们假定做多 1 份 6 月 100 买权,同时做空 x 份 6 月 110 买权,则有:

Gamma1+x·Gamma2=0

0.0326+x·0.0247=0

得:x=- 1.32

也就是说,要实现 Gamma 中性,我们要做多 1 份 6 月 100 买权,同时做空 1.32 份 6 月 110 买权。但通过这一比例构造的空头买权比率价差组合不能保证 Delta 中性。事实上,该组合的 Delta 值为:0.508- 1.32·0.229=0.206

如何保持新的组合为 Delta 中性(或近似中性)? 注意到相同执行价格的买权与卖权的 Gamma 值相等,因此,我们可以通过分解做多 1 份 6 月 100 买权为做多 y 份 6 月 100 买权,同时做多(1- y)6 月 100 卖权来达到 Delta 中性,而又不影响原组合的 Gamma 中性。要求 y 的值,我们只要解如下简单方程:

0.508y- 0.229×1.32+(- 0.492)(1- y)=0

解得,y≈0.79

也就是说,我们通过如下操作:

做多 0.79 份 6 月 100 买权;

做空 1.32 份 6 月 110 买权;

做多 0.21 份 6 月 100 卖权。

就能构造既为 Delta 中性,又为 Gamma 中性的组合。重新观察各组合的敏感性参数,如表 2:

表 2

	Delta	Gamma	Vega	Theta
6 月 100 买权(c_1)	0.508	0.0326	0.1954	- 12.48
6 月 110 买权(c_2)	0.229	0.0247	0.1485	- 8.68
6 月 100 卖权(p_1)	- 0.492	0.0326	0.1954	- 6.57
组合 1:+1c_1- 2c_2	0.050	- 0.0168	- 0.1016	4.88
组合 2:+1c_1- 2.22c_2	- 0.000	- 0.0222	- 0.1343	6.79
组合 3:+0.79c_1- 1.32c_2+0.21p_1	- 0.004	- 0.0000	- 0.0006	0.22

对比上述三种组合,我们发现,第三种组合确实实现了 Delta 与 Gamma 中性,我们进一步观察各组合价值受标的股票价格变动的影响情况,见图 2。

这从图 2 中可以明显看出,相对于组合 1 和组合 2,组合 3 最为平坦,表明通过构造 Delta 及 Delta - Gamma 中性后,组合受价格波动的影响足够小。

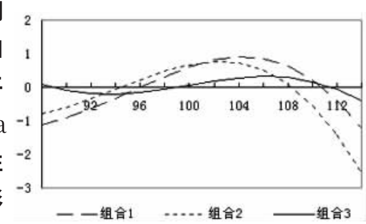

图 2

由于我们事先卖出的期权份数多于买入的份数,上述组合属于卖出波动率策略。我们希望未来波动率较构造组合时会下降。如果行情的发展确如我们预期的那样,比如,sigma 由构建组合时的 0.25 下降为 0.20,则我们便可实现利润,见图 3。

图 3 是自构造组合一个月后,波动率保持不变与下降后组合价值的

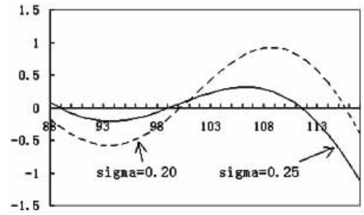

图 3

对比图，其中实线代表波动率保持在0.25时组合的价值，虚线代表波动率降为0.20时组合的价值，我们发现，如果价格波动位于当初构造组合时所希望（预期）的波动范围[100~110]内（即两个不同的执行价格范围内），投资者将会因为波动率的下降而实现套利。

当然，这种套利要满足一定的条件，一是到期标的股票价格的波动要落在执行价格的范围内，二是波动率要如所预期的那样呈下降趋势。因此这种套利不是无风险的，这也是我们称其为风险套利的原因。但从我们构造组合的过程来看，这种组合是Delta和Gamma中性，且theta的值也很小，表明时间的流逝对组合价值的影响也是很小的。因此，风险要较一般的1:2组合及仅仅为Delta中性组合的风险要小得多。

2　中性组合在日历价差套利策略中的应用

套利者构造日历价差的目的是希望在标的股票价格不变的情况下，随着时间的衰减，能够实现套利。而且，日历价差还希望通过未来波动率的预期来实现波动率套利。对于多头日历价差，我们一般是通过卖出期限较短的期权，同时买入期限较长的期权来构造日历价差组合。最简单的构造方法是买卖的比例为1:1。但这样的日历价差往往不能保证都是Delta或Gamma中性，从而使这种寄希望于时间衰减套利的效果大打折扣。这里，我们考虑构造一个Delta与Gamma中性的空头日历价差组合，以降低价格波动所导致的套利风险。同时，我们事先计算出波动率变动对组合价值的影响程度，例如，希望波动率每提高1%，组合盈利0.10。

假定当前为3月，ABC当前的价格S=100，波动率 σ=25%，无风险利率r=6%，且有关期权的参数如表3。

表3

期权	价格	Delta	Gamma	Vega	Theta
c_1	5.73	0.572	0.0314	0.1962	-12.90
c_2	8.52	0.602	0.0218	0.2729	-9.92
p_1	5.56	-0.398	0.0218	0.2729	-4.10

为了构造一个Delta和Gamma中性组合，且波动率每上升一个点，组合价值增加0.10，我们假定要买入c1、c2和p1的份数分别为x、y和z，则：

$$0.572x+0.602y+(-0.398)z=0$$

$$0.0314x+0.0218y+0.0218z=0$$

$$0.1962x+0.2729y+0.2729z=0.10$$

解得：$x\approx-0.51$，$y\approx0.58$，$z\approx0.15$

也即做空0.51份6月100买权；做多0.58份9月100买权；做多0.15份9月100卖权（同样道理，实际操作中可以对相应比例放大，如放大10000倍便成为51手:58手:15手）。

当6月100买权到期时，该日历价差组合的盈亏情况见图4。

图4中有两条曲线，其中实线是基于中性组合方法所构造组合的盈亏线，而虚线则为一般组合（1:1的比例，即做空1份6月100买权，同时做空9月100买权）盈亏线。从图中可以明显地看到，基于本例的构造方法，其盈亏的波动比一般的1:1构造方法要小得多。由于本例中加入了0.15份的卖权，而且做多的买权多于做空的买权，从而保证该组合的盈亏线在6月100买权到期时，在标的股票价格大幅上涨或大幅下跌的情况下，其价值为正（图中所示，实线两端向上翘）。当然，这种风险的降低是有代价的。首先，做多的9月100买权份数多于做空的6月100买权的份数，且组合中加入了若干卖权，导致构建组合的成本上升，其次，如果6月100买权到期时股价正好等于执行价格，则基于本例所构造组合的盈利有小于一般的1:1组合的盈利。

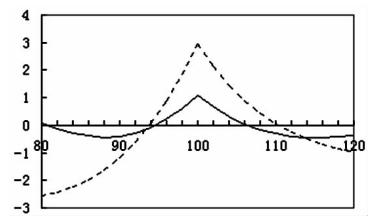

图4

构造日历价差组合实现风险套利的出发点是希望到期时价格等于或接近执行价格。另外，我们还希望到期标的资产的波动率会如预期的那样呈上升走势。对于上述的风险中性组合，我们可以通过对比标的股票的波动率保持在0.25的水平，及波动率上升至0.30的水平时组合的价值，见图5。

可以看到，一旦波动率确如预期的那样提高了，那么组合价值线将有所提高，两线之间的空间即为所实现的波动率风险套利。

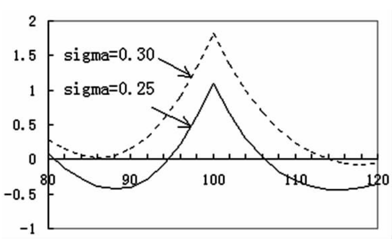

图5

3　结语

通过以上分析表明，风险中性组合在降低套利的风险方面有很重要的应用。投资者可以根据各种需要，构造各样风险中性组合，或者根据自身的风险承受能力锁定风险的程度。随着我国股指期货的即将推出，利用金融衍生产品进行套期保值或者是套利的可能性将逐渐成为现实。本文的研究对于金融机构恰当地构造组合来降低风险，实现套利具有一定的指导意义。

参考文献：

[1]滋维·博迪.投资学[M].朱宝宪等译.北京：机构出版社，2002.
[2]约翰·赫尔.期权、期货和其它衍生产品[M].张陶伟译.北京：华夏出版社，2000.
[3]约翰·马歇尔.金融工程[M].宋逢明等译.北京：清华大学出版社，2001.
[4]宋逢明著.金融工程原理[M].北京：清华大学出版社，2002.

（责任编辑/亦　民）